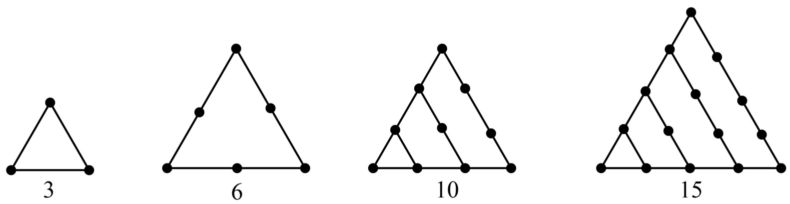
数列通项公式专题

一、选择题（共 100 小题；共 100 分）

1. 数列 1，3，6，10，⋯ 的一个通项公式 $a_n=$ (   )

A. n^2-n+1　　B. $\frac{1}{2}n(n-1)$　　C. $\frac{1}{2}n(n+1)$　　D. $2^{n+1}-3$

2. 我们把 1，3，6，10，15，⋯ 这些数叫做三角形数，因为这些数目的点可以排成一个正三角形，如下图所示，则第七个三角形数是 (   )



A. 27　　B. 28　　C. 29　　D. 30

3. 数列 1，2，4，8，16，32 ⋯ 的一个通项公式是 (   )

A. $a_n=2n+1$　　B. $a_n=2^{n-1}$　　C. $a_n=2^n$　　D. $a_n=2^{n+1}$

4. 观察下列顺序排列的等式：$9\times0+1=1$；$9\times1+2=11$；$9\times2+3=21$；$9\times3+4=31$……猜想第 n 个等式应为 (   )

A. $9(n+1)+n=10n+9$　　B. $9(n-1)+n=10n-9$

C. $9n+(n-1)=10n-1$　　D. $9(n-1)+(n-1)=10n-10$

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$，$a_{n+1}-a_n=a_{n+1}a_n$，那么 a_{31} 等于 (   )

A. $-\frac{3}{58}$　　B. $-\frac{2}{59}$　　C. $-\frac{1}{30}$　　D. $-\frac{2}{61}$

6. 在数列 1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,⋯ 中，第 25 项为 (   )

A. 25　　B. 6　　C. 7　　D. 8

7. 数列 2,5,11,20,x,47,⋯ 中的 x 等于 (   )

A. 28　　B. 32　　C. 33　　D. 27

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n+S_m=S_{n+m}$，且 $a_1=1$，那么 $a_{10}=$ (   )

A. 1　　B. 9　　C. 10　　D. 55

9. 数列 1，3，7，15，⋯ 的一个通项公式是 (   )

A. $a_n=2^n$　　B. $a_n=2^n+1$　　C. $a_n=2^n-1$　　D. $a_n=2^{n-1}$

10. 数列 1，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{4}{7}$，$\frac{5}{9}$，⋯ 的一个通项公式是 (   )

A. $a_n=\frac{n}{2n+1}$　　B. $a_n=\frac{n}{2n-1}$　　C. $a_n=\frac{n}{2n-3}$　　D. $a_n=\frac{n}{2n+3}$

11. 数列 $\frac{2}{3}$，$-\frac{4}{5}$，$\frac{6}{7}$，$-\frac{8}{9}$，⋯ 的第 10 项是 (   )

A. $-\frac{16}{17}$　　B. $-\frac{18}{19}$　　C. $-\frac{20}{21}$　　D. $-\frac{22}{23}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，当 $n\geq2$ 时，$a_n=2a_{n-1}+1$，则 $a_n=$ (   )

A. n^2-1　　B. n^2-2n+2　　C. 2^n-1　　D. $2^{n-1}+1$

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2n^2-1$，则 a_3 等于 (　　)

A. -10　　B. 6　　C. 10　　D. 14

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$，$S_n$ 为其前 n 项和，则 S_5 的值为 (　　)

A. 57　　B. 61　　C. 62　　D. 63

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$，则 $a_n=$ (　　)

A. $2+\ln n$　　B. $2+(n-1)\ln n$

C. $2+n\ln n$　　D. $1+n+\ln n$

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，且 $a_{n+1}=4a_n+3(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 (　　)

A. $2^{2n-1}+1$　　B. $2^{2n-1}-1$　　C. $2^{2n}+1$　　D. $2^{2n}-1$

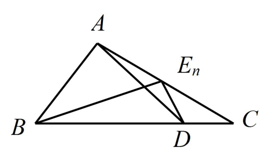
17. 某化工厂打算投入一条新的生产线，但需要经环保部门审批同意方可投入生产．已知该生产线连续生产 n 年的累计产量为 $f(n)=\frac{1}{2}n(n+1)\cdot(2n+1)$ 吨，但如果年产量超过 150 吨，将会给环境造成危害．为保护环境，环保部门应给该厂这条生产线拟定最长的生产期限是 (　　)

A. 5 年　　B. 6 年　　C. 7 年　　D. 8 年

18. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和，且 $S_n=\frac{3}{2}(a_n-1)(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_n=$ (　　)

A. $3(3^n-2^n)$　　B. 3^n+2^n　　C. 3^n　　D. $3\cdot2^{n-1}$

19. 如图，已知点 D 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点，$\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，$E_n(n\in\mathbf{N}_+)$ 为边 AC 上的一列点，满足 $\overrightarrow{E_nA}=\frac{1}{4}a_{n+1}\overrightarrow{E_nB}-(3a_n+2)\overrightarrow{E_nD}$，其中数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n>0$，$a_1=1$，则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 (　　)



A. $2\cdot3^{n-1}-1$　　B. 2^n-1　　C. 3^n-2　　D. $3\cdot2^{n-1}-2$

20. 已知 $a_1=2$，$a_{n+1}=2^na_n$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n 等于 (　　)

A. $2^{\frac{n^2-n+1}{2}}$　　B. $2^{\frac{n^2+n+1}{2}}$　　C. $2^{\frac{n^2-n+2}{2}}$　　D. $2^{\frac{n^2-n-2}{2}}$

21. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=2a_n+2$，则 a_{100} 的值为 (　　)

A. $2^{100}-2$　　B. $2^{101}-2$　　C. 2^{101}　　D. 2^{15}

22. 某数列第一项为 1，并且对所有 $n\geq2$，$n\in\mathbf{N}^*$，数列的前 n 项之积为 n^2，则 $n\geq2$，有 (　　)

A. $a_n=2n-1$　　B. $a_n=n^2$　　C. $a_n=\frac{n^2}{(n-1)^2}$　　D. $a_n=\frac{(n+1)^2}{n^2}$

23. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=3n^2-2n+1$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n 为 (　　)

A. $a_n=6n-5$　　B. $a_n=\begin{cases}2, & n=1\\ 6n-5, & n\geq2\end{cases}$

C. $a_n=6n+1$　　D. $a_n=\begin{cases}2, & n=1\\ 6n+1, & n\geq2\end{cases}$

24. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_n\cdot a_{n-1}+2a_n-a_{n-1}=0(n\geq 2)$，则使得 $a_k>\frac{1}{2016}$ 的最大正整数 k 为 (　　)

A. 5　　B. 7　　C. 8　　D. 10

25. 已知数列 $\{a_n\}$，如果 a_1，a_2-a_1，a_3-a_2，$\cdots$，a_n-a_{n-1}，$\cdots$ 是首项为 1，公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列，那么 a_n 等于 (　　)

A. $\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)$　　B. $\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3^{n-1}}\right)$　　C. $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)$　　D. $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{3^{n-1}}\right)$

26. 数列 $\{a_n\}$ 的首项为 3，$\{b_n\}$ 为等差数列，且 $b_n=a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}^*)$．若则 $b_2=-4$，$b_5=2$，则 $a_8=$ (　　)

A. 0　　B. 3　　C. 8　　D. 11

27. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_4=8$，且 $S_{n+1}=pS_n+1$，则实数 p 的值为 (　　)

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt[3]{4}$　　D. 4

28. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_n-a_{n-1}=n(n\geq 2)$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$ (　　)

A. $\frac{1}{2}n(n+1)$　　B. $\frac{1}{2}n(3n-1)$　　C. n^2-n+1　　D. n^2-2n+2

29. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$(n+2)a_{n+1}^2-(n+1)a_n^2+a_na_{n+1}=0$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 (　　)

A. $a_n=\frac{1}{n+1}$　　B. $a_n=\frac{2}{n+1}$　　C. $a_n=\frac{n+1}{2}$　　D. $a_n=n$

30. 已知等比数列 $\{a_n\}$，前 n 项和 $S_n=3\times 2^n+m$，则其公比是 (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

31. 在数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1=-2$，$a_{n+1}=a_n+n\cdot 2^n$，则 $a_n=$ (　　)

A. $(n-2)\cdot 2^n$　　B. $1-\frac{1}{2^n}$　　C. $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4^n}\right)$　　D. $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$

32. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2^n-1$，则 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$ 等于 (　　)

A. $(2^n-1)^2$　　B. $\frac{1}{3}(2^n-1)^2$　　C. 4^n-1　　D. $\frac{1}{3}(4^n-1)$

33. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，且 $a_{n+1}=a_1+a_n+n(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2016}}$ 等于 (　　)

A. $\frac{4032}{2017}$　　B. $\frac{4028}{2015}$　　C. $\frac{2015}{2016}$　　D. $\frac{2014}{2015}$

34. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1=m$，$a_{n+1}=2S_n+4^n(n\in\mathbf{N}^*)$，若 $a_{n+1}\geq a_n$，则实数 m 的最小值是 (　　)

A. -2　　B. -4　　C. 2　　D. 4

35. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(n+1)=\frac{2f(n)+n}{2}$（$n\in\mathbf{N}^*$），且 $f(1)=2$，则 $f(20)$ 为 (　　)

A. 95　　B. 97　　C. 105　　D. 192

36. 已知数列 $\{a_n\}$ 中 $a_n=\sqrt{5n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$，将数列 $\{a_n\}$ 中的整数项按原来的顺序组成数列 $\{b_n\}$，则 b_{2018} 的值为 (　　)

A. 5035　　B. 5039　　C. 5043　　D. 5047

37. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，$a_1=2$，$a_{n+1}-a_n=\frac{4}{a_{n+1}+a_n}$，若数列 $\left\{\frac{1}{a_{n+1}+a_n}\right\}$ 的前 n 项和为 5，则 $n=$ (　　)

A. 119　　B. 121　　C. 120　　D. 122

38. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，且 $a_{n+1}=a_1+a_n+n(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_1}+\cdots+\frac{1}{a_{2016}}$ 等于 (　　)

A. $\frac{4032}{2017}$　　B. $\frac{4028}{2015}$　　C. $\frac{2015}{2016}$　　D. $\frac{2014}{2015}$

39. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $S_{n+1}=S_n+a_n+3$，$a_4+a_5=23$，则 $S_8=$ (　　)

A. 72　　B. 88　　C. 92　　D. 98

40. 已知 $a_1=1,a_n=n(a_{n+1}-a_n)(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列 a_n 的通项公式是 (　　)

A. $2n-1$　　B. $\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n-1}$　　C. n^2　　D. n

41. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，过点 $P(n,S_n)$ 和 $Q(n+1,S_{n+1})(n\in\mathbf{N}^*)$ 的直线的斜率为 $3n-2$，则 $a_2+a_4+a_5+a_9$ 的值等于 (　　)

A. 52　　B. 40　　C. 26　　D. 20

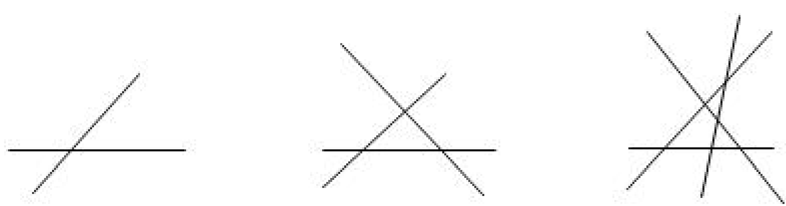
42. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n=4-a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_5=$ (　　)

A. 16　　B. $\frac{1}{16}$　　C. 8　　D. $\frac{1}{8}$

43. 在数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1+a_2+\cdots+a_n=2^n-1$，则 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$ 等于 (　　)

A. $(2^n-1)^2$　　B. $\frac{(2^n-1)^2}{3}$　　C. 4^n-1　　D. $\frac{4^n-1}{3}$

44. 观察下图，并阅读图形下面的文字．若 10 条直线相交，则交点的个数量最多是 (　　).



2条直线相交
最多有1个交点

3条直线相交
最多有3个交点

4条直线相交
最多有6个交点

A. 40　　B. 45　　C. 50　　D. 55

45. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_2=5$，$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}_+)$，则 $a_{1000}=$ (　　):

A. 5　　B. -5　　C. 1　　D. -1

46. 设 $\{a_n\}$ $(n\in\mathbf{N}_+)$ 是等差数列，S_n 是其前 n 项和，且 $S_5<S_6$，$S_6=S_7>S_8$，则下列结论错误的是 (　　)

A. $d<0$　　B. $a_7=0$

C. $S_9>S_6$　　D. S_6 与 S_7 均为 S_n 的最大值

47. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{3}{2}a_n-3$，则这个数列的通项公式为 (　　)

A. $a_n=2\times3^{n-1}$　　B. $a_n=3\times2^n$　　C. $a_n=3n+3$　　D. $a_n=2\times3^n$

48. 已知 $a_1=1$，$a_n=n(a_{n+1}-a_n)$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$ (　　)

A. $2n-1$　　B. $\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n-1}$　　C. n^2　　D. n

49. 如果数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$，$a_2=1$ 且 $\frac{a_{n-1}-a_n}{a_na_{n-1}}=\frac{a_n-a_{n+1}}{a_na_{n+1}}(n\geq 2)$，那么此数列的第 10 项为 (　　)

A. $\frac{1}{2^{10}}$　　B. $\frac{1}{2^9}$　　C. $\frac{1}{10}$　　D. $\frac{1}{5}$

50. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-1}a_n=\frac{n}{2}(n\in\mathbf{N}_+)$，则 $a_n=$ (　　)

A. $\frac{1}{2\times 3^{n-1}}$　　B. $\frac{1}{2^n}$　　C. $\frac{n}{3^n}$　　D. $\frac{1}{3\times 2^{n-1}}$

51. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n+S_m=S_{n+m}(m,n\in\mathbf{N}_+)$ 且 $a_1=6$，那么 $a_{10}=$ (　　)

A. 10　　B. 60　　C. 6　　D. 54

52. 已知各项均不为零的数列 $\{a_n\}$，定义向量 $\overrightarrow{c_n}=(a_n,a_{n+1})$，$\overrightarrow{b_n}=(n,n+1)$，$n\in\mathbf{N}^*$，下列命题中是真命题的是 (　　)

A. 若 $\forall n\in\mathbf{N}^*$ 总有 $\overrightarrow{c_n}/\!/\overrightarrow{b_n}$ 成立，则数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

B. 若 $\forall n\in\mathbf{N}^*$ 总有 $\overrightarrow{c_n}/\!/\overrightarrow{b_n}$ 成立，则数列 $\{a_n\}$ 是等比数列

C. 若 $\forall n\in\mathbf{N}^*$ 总有 $\overrightarrow{c_n}\perp\overrightarrow{b_n}$ 成立，则数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

D. 若 $\forall n\in\mathbf{N}^*$ 总有 $\overrightarrow{c_n}\perp\overrightarrow{b_n}$ 成立，则数列 $\{a_n\}$ 是等比数列

53. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，$a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$，则 $a_n=$ (　　)

A. $3+\ln n$　　B. $3+(n-1)\ln n$

C. $3+n\ln n$　　D. $1+n+\ln n$

54. 数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=\frac{1}{2}$，$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{n^2+3n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项为 (　　)

A. $a_n=\frac{1}{n+1}$　　B. $a_n=\frac{n}{n+1}$

C. $a_n=\frac{1}{2}+\frac{n-1}{n^2+n+2}$　　D. $a_n=\frac{n+1}{n+2}$

55. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2+2n(n\in\mathbf{N}^*)$，若 $m-n=5$，则 $a_m-a_n=$ (　　)

A. 2　　B. 5　　C. -5　　D. 10

56. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，且对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 都有 $a_{n+1}=a_n+n+1$，则数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 100 项的和为 (　　)

A. $\frac{101}{100}$　　B. $\frac{200}{101}$　　C. $\frac{99}{100}$　　D. $\frac{101}{200}$

57. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=1$，$S_n=n^2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，可归纳猜想出 S_n 的表达式为 (　　)

A. $\frac{2n}{n+1}$　　B. $\frac{3n-1}{n+1}$　　C. $\frac{2n+1}{n+2}$　　D. $\frac{2n}{n+2}$

58. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_n-a_{n-1}=\frac{1}{n(n-1)}$，则 $a_n=$ (　　)

A. $2-\frac{1}{n}$　　B. $1-\frac{1}{n}$　　C. $\frac{1}{n}$　　D. $2-\frac{1}{n-1}$

59. 观察如图所示的三角形数表，

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \frac{1}{1} & & & \\ & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & & \\ & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \frac{1}{3} & \\ \frac{1}{4} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{4} \\ & & & \cdots\cdots & & & \end{array}$$

它们是由正整数的倒数组成的，第 n 行有 n 个数，且两端的数均为 $\frac{1}{n}$，每个数是它下一行左右相邻两数的和，如 $\frac{1}{1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$，$\frac{1}{3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$，$\cdots$，则第 6 行中最小数为 (　　)

A. $\frac{1}{60}$　　B. $\frac{1}{72}$　　C. $\frac{1}{90}$　　D. $\frac{1}{105}$

60. 已知数列 $\{a_n\}$ 中满足 $a_1=15$，$\frac{a_{n+1}-a_n}{n}=2$，则 $\frac{a_n}{n}$ 的最小值为 (　　)

A. 10　　B. $2\sqrt{15}-1$　　C. 9　　D. $\frac{27}{4}$

61. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_n=3^n-1(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $\frac{a_{2010}+a_{2012}}{a_{2011}}$ 的值为 (　　)

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{10}{3}$　　C. $\frac{4023}{2011}$　　D. 2011

62. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2-6n$，则 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项和 $T_n=$ (　　)

A. $6n-n^2$　　B. $n^2-6n+18$

C. $\begin{cases}6n-n^2, & (1\le n\le 3)\\ n^2-6n+18, & (n>3)\end{cases}$　　D. $\begin{cases}6n-n^2, & (1\le n\le 3)\\ n^2-6n, & (n>3)\end{cases}$

63. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，且 $a_{n+1}-a_n=n+1(n\in\mathbf{N}_+)$，则数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 10 项和为 (　　)

A. $\frac{9}{10}$　　B. $\frac{10}{11}$　　C. $\frac{20}{11}$　　D. $\frac{9}{5}$

64. 已知各项均不为零的数列 $\{a_n\}$，定义向量 $\overrightarrow{c_n}=(a_n,a_{n+1})$，$\overrightarrow{b_n}=(n,n+1)$，$n\in\mathbf{N}^*$，则下列命题中的真命题是 (　　)

A. 若 $\forall_n\in\mathbf{N}^*$ 总有 $\overrightarrow{c_n}/\!/\overrightarrow{b_n}$ 成立，则数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

B. 若 $\forall_n\in\mathbf{N}^*$ 总有 $\overrightarrow{c_n}/\!/\overrightarrow{b_n}$ 成立，则数列 $\{a_n\}$ 是等比数列

C. 若 $\forall_n\in\mathbf{N}^*$ 总有 $\overrightarrow{c_n}/\!/\overrightarrow{b_n}$ 成立，则数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

D. 若 $\forall_n\in\mathbf{N}^*$ 总有 $\overrightarrow{c_n}/\!/\overrightarrow{b_n}$ 成立，则数列 $\{a_n\}$ 是等比数列

65. 已知 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2-4n+1$，则 $|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=$ (　　)

A. 67　　B. 65　　C. 61　　D. 56

66. 已知 $a_n=\log_{(n+1)}(n+2)$，我们把使乘积 $a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot\ \cdots\ \cdot a_n$ 为整数的数 n 称为“劣数”，则在区间 $(0,2011)$ 内所有的劣数的个数为 (　　)

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

67. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_n=a_0+a_1+\cdots+a_{n-1}(n\ge 1)$，则当 $n\ge 1$ 时，a_n 等于 (　　)

A. $2n$　　B. $\frac{n(n+1)}{2}$　　C. 2^{n-1}　　D. 2^n-1

68. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=a^n-2010(a\neq 1,且\ a\neq 0,n=1,2,3,\cdots)$，则数列 $\{a_n\}$ (　　)

A. 是等比数列　　B. 是等差数列

C. 是常数列　　D. 既不是等比数列也不是等差数列

69. 设数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+n+1$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 (　　)

A. $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$　　B. $a_n=\frac{n(n+1)}{2}+1$

C. $a_n=\frac{n(n-1)}{2}+1$　　D. $a_n=\frac{n(n-1)(n+2)}{2}$

70. 已知数列 $\{\ a_n\ \}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n-\sqrt{3}}{\sqrt{3}a_n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，则 a_{2013} 等于 (　　)

A. 1　　B. $-\sqrt{3}+2$　　C. $-\sqrt{3}-2$　　D. $\sqrt{3}-2$

71. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_n=2-2S_n(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列 a_n 的通项公式 $\{a_n\}$ 等于 (　　)

A. 3^n　　B. $\frac{2}{3^n}$　　C. $\frac{1}{3^n}$　　D. 3^n-2

72. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n．若 $a_1=1$，$a_{n+1}=3S_n(n\in\mathbf{N}^*)$，则 a_6 等于 (　　)

A. 3×4^4　　B. $3\times 4^4+1$　　C. 4^4　　D. 4^4+1

73. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n．若 $S_n=2^n-1$，则 $a_1^2+a_2^2+a_3^3+\dots+a_n^2$ 等于 (　　)

A. $(2^n-1)^2$　　B. $\frac{1}{3}(2^n-1)$　　C. 4^n-1　　D. $\frac{1}{3}(4^n-1)$

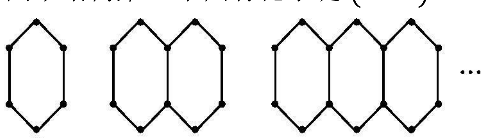
74. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=2^n-1$，则数列 $\{a_{2n-1}\}$ 的前 n 项和为 (　　)

A. $(2^n-1)^2$　　B. $\frac{1}{3}(2^n-1)^2$　　C. 4^n-1　　D. $\frac{1}{3}(4^n-1)$

75. 命题“如果数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2n^2-3n$，那么数列 $\{a_n\}$ 一定是等差数列”是否成立 (　　)

A. 不成立　　B. 成立　　C. 不能断定　　D. 能断定

76. 下图是一系列有机物的结构简图，图中的“小黑点”表示原子，两黑点间的“短线”表示化学键，按图中结构第 n 个图有化学键 (　　)



图(1)　　图(2)　　图(3)

A. $6n$ 个　　B. $(4n+2)$ 个　　C. $(5n-1)$ 个　　D. $(5n+1)$ 个

77. 已知数列 $\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_n-a_{n-1}=n-1(n\geq 2)$，则 a_6 等于 (　　)

A. 7　　B. 11　　C. 16　　D. 17

78. 数列 $\{a_n\}$ 中，已知对任意 $n\in\mathbf{N}^*,a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=3^n-1$，则 $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\dots+a_n^2$ 等于 (　　)

A. $(3^n-1)^2$　　B. $\frac{1}{2}(9^n-1)$　　C. 9^n-1　　D. $\frac{1}{4}(3^n-1)$

79. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2S_n=4a_n-1$，则数列 $\left\{\frac{1}{\log_2 a_{n+3}\cdot\log_2 a_{n+2}}\right\}$ 的前 100 项和为 (　　)

A. $\frac{97}{100}$ B. $\frac{98}{99}$ C. $\frac{99}{100}$ D. $\frac{100}{101}$

80. 在项数为 $(2n+1)$ 的等差数列中，所有奇数项的和为 165，所有偶数项的和为 150，则 n 等于 ( )

A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

81. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=\log_{(n+1)}(n+2)$，则它的前 30 项之积是 ( )

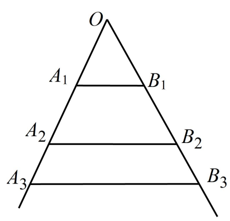
A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. 6 D. $\frac{\log_2 3+\log_2 32}{5}$

82. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_2=2$，若 $a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n+2$，则 a_n 等于 ( )

A. $\frac{1}{5}n^3-\frac{2}{5}n+\frac{6}{5}$ B. n^3-5n^2+9n-4

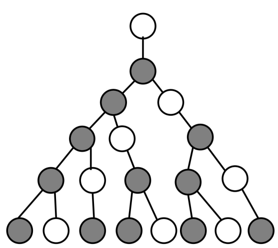
C. n^2-2n+2 D. $2n^2-5n+4$

83. 如图，点 A_1，A_2，…，A_n，… 和 B_1，B_2，…，B_n，… 分别在角 O 的两条边上，所有 A_nB_n 相互平行，且所有梯形 $A_nB_nB_{n+1}A_{n+1}$ 的面积均相等．设 $OA_n=a_n$．若 $a_1=1$，$a_2=2$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 ( )



A. $a_n=\sqrt{3n-2}$ B. $a_n=n$ C. $a_n=2^{n-1}$ D. $a_n=\frac{n+\sqrt{3n-2}}{2}$

84. 如图是一个树形图的生长过程，依据图中所示的生长规律，第 15 行的实心圆点的个数是 ( )



A. 68 B. 233 C. 377 D. 610

85. 数列 $\{a_n\}$ 中，对任意正整数 n，$a_1+a_2+\cdots+a_n=2^n-1$，则 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$ 等于 ( )

A. $(2^n-1)^2$ B. $\frac{1}{3}(2^n-1)^2$ C. 4^n-1 D. $\frac{1}{3}(4^n-1)$

86. 数列 $\{a_n\}$ 中，对任意正整数 n，$a_1+a_2+\cdots+a_n=2^n-1$，则 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$ 等于 ( )

A. $(2^n-1)^2$ B. $\frac{1}{3}(2^n-1)^2$ C. 4^n-1 D. $\frac{1}{3}(4^n-1)$

87. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$，$C_n=\left(1+\frac{1}{a_n}\right)\left(\frac{2}{n+1}-\lambda\right)$，若 $\{C_n\}$ 是单调递减数列，则实数 λ 的取值范围是 ( )

A. $\lambda\geq\frac{1}{3}$ B. $\lambda>\frac{1}{3}$ C. $\lambda\geq\frac{4}{3}$ D. $\lambda>\frac{4}{3}$

88. 以下数表的构造思路源于我国南宋数学家杨辉所著的《详解九章算术》一书中的“杨辉三角形”．

1　2　3　4　5　…　2013　2014　2015　2016

3　5　7　9　…　…　4027　4029　4031

8　12　16　…　…　…　8056　8060

20　28　…　…　…　…　16116

…　…　…　…　…　…

该表由若干行数字组成，从第二行起，每一行中的数字均等于其“肩上”两数之和，表中最后一行仅有一个数，则这个数为 (　　)

A. 2017×2^{2015}　　B. 2017×2^{2014}　　C. 2016×2^{2015}　　D. 2016×2^{2014}

89. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，且对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 都有 $a_{n+1}=a_1+a_n+n$，则 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_{2015}}$ 等于 (　　)

A. $\frac{4028}{2015}$　　B. $\frac{2014}{2015}$　　C. $\frac{4030}{2016}$　　D. $\frac{2015}{2016}$

90. 以下数表的构造思路源于我国南宋数学家杨辉所著的《详解九章算术》一书中的“杨辉三角形”.

1　2　3　4　…　2015　2016

3　5　7　…　4029　4031

8　12　…　8056　8060

20　…　…　16116

28　…

…

该表由若干行数字组成，第一行共有 2016 个数字，从第二行起，每一行中的数字均等于其“肩上”两数之和，表中最后一行仅有一个数，则这个数为 (　　)

A. 2016×2^{2015}　　B. 2016×2^{2014}　　C. 2017×2^{2015}　　D. 2017×2^{2014}

91. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=r\cdot a_n+r$（$n\in\mathbf{N}^*$，$r\in\mathbf{R}$ 且 $r\neq0$），则“ $r=1$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 成等差数列”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

92. 定义 $\frac{n}{p_1+p_2+\cdots+p_n}$ 为 n 个正数 p_1，p_2，$\cdots p_n$ 的“均倒数”．若已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的“均倒数”为 $\frac{1}{2n+1}$，又 $b_n=\frac{a_n+1}{4}$，则 $\frac{1}{b_1b_2}+\frac{1}{b_2b_3}+\cdots+\frac{1}{b_{10}b_{11}}=$ (　　)

A. $\frac{1}{11}$　　B. $\frac{9}{10}$　　C. $\frac{10}{11}$　　D. $\frac{11}{12}$

93. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$，则 a_n 等于 (　　)

A. $2+\ln n$　　B. $2+(n-1)\ln n$

C. $2+n\ln n$　　D. $1+n+\ln n$

94. 在数列 $\{a_n\}$ 中，S_n 为其前 n 项和，$n(a_{n+1}-a_n)=a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，且 $a_3=\pi$，则 $\tan S_4=$ (　　)

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $-\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{3}$

95. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_n+S_n=1$，则 S_n 的取值范围是 (　　)

A. $(0,1)$　　B. $(0,+\infty)$　　C. $\left[\frac{1}{2},1\right)$　　D. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

96. 已知函数 $f(n)=\log_{n+1}(n+2),(n\in\mathbf{N}^*)$，定义：使 $f(1)\times f(2)\times f(3)\times\cdots\times f(k)$ 为整数的数 $k(k\in\mathbf{N}^*)$ 叫作企盼数，则在区间 $[1,1000]$ 内这样的企盼数共有 ( ) 个.

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

97. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=n^2-n$，令 $b_n=a_n\cos\frac{n\pi}{2}$，记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，则 $T_{2015}=$ ( )

A. -1008　　B. -2013　　C. -2014　　D. -3020

98. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$，若 $b_{n+1}=(n-\lambda)\left(\frac{1}{a_n}+1\right),b_1=-\lambda$，且数列 $\{b_n\}$ 是单调递增数列，则实数 λ 的取值范围是 ( )

A. $\lambda>2$　　B. $\lambda<2$　　C. $\lambda>3$　　D. $\lambda<3$

99. 在平面直角坐标系中，定义 $\begin{cases}x_{n+1}=y_n-x_n\\y_{n+1}=y_n+x_n\end{cases}(n\in\mathbf{N})$ 为点 $P_n(x_n,y_n)$ 到点 $P_{n+1}(x_{n+1},y_{n+1})$ 的一个变换为"γ变换"，已知 $P_1(0,1)$，$P_2(x_2,y_2)$，…，$P_n(x_n,y_n)$，$P_{n+1}(x_{n+1},y_{n+1})$ 是经过"γ 变换"得到的一列点．设 $a_n=|P_nP_{n+1}|$，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，那么 S_{10} 的值为 ( )

A. $31(2-\sqrt{2})$　　B. $31(2+\sqrt{2})$　　C. $31(\sqrt{2}+1)$　　D. $31(\sqrt{2}-1)$

100. 设 $\triangle A_nB_nC_n$ 的三边长分别为 a_n，b_n，c_n，$\triangle A_nB_nC_n$ 的面积为 S_n（$n=1$，2，3，…）．若 $b_1>c_1$，$b_1+c_1=2a_1$，$a_{n+1}=a_n$，$b_{n+1}=\frac{c_n+a_n}{2}$，$c_{n+1}=\frac{b_n+a_n}{2}$，则 ( )

A. $\{S_n\}$ 为递减数列

B. $\{S_n\}$ 为递增数列

C. $\{S_{2n-1}\}$ 为递增数列，$\{S_{2n}\}$ 为递减数列

D. $\{S_{2n-1}\}$ 为递减数列，$\{S_{2n}\}$ 为递增数列

答案

第一部分

1. C　【解析】由题意，$3=1+2$，$6=1+2+3$，$10=1+2+3+4$，所以 $a_n=1+2+3\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

2. B　【解析】设三角形数组成数列 $\{a_n\}$，则 $a_1=1$，$a_2-a_1=2$，$a_3-a_2=3$，$a_4-a_3=4$，$a_5-a_4=5$，⋯，$a_n-a_{n-1}=n$．由累加法，得第 n 个三角形数为 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$，从而 $a_7=\frac{7\times 8}{2}=28$.

3. B　【解析】可运用排除法：对于 A 选项：$n=1$ 时，$a_1=3$，排除；
对于 C 选项：$n=1$ 时，$a_1=2$，排除；
对于 D 选项：$n=1$ 时，$a_1=4$，排除.

4. B　5. B

【解析】由已知可得 $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=-1$，
设 $b_n=\frac{1}{a_n}$，则数列 $\{b_n\}$ 是以 $\frac{1}{2}$ 为首项，
公差为 -1 的等差数列.
所以 $b_{31}=\frac{1}{2}+(31-1)\times(-1)=-\frac{59}{2}$，
所以 $a_{31}=-\frac{2}{59}$.

6. C　【解析】答案：C
解析：当 $n=6$ 时，数列有$\frac{n(n+1)}{2}=\frac{6\times 7}{2}=21$ 项，所以第 25 项是 7.

7. B　【解析】因为可发现规律 $a_{n+1}-a_n=3n$，
所以 $x-20=3\times 4$，$x=32$

8. A　【解析】由 $S_{n+m}=S_n+S_m$，得 $S_{10}=S_9+S_1$，即 $a_1+a_2+\cdots+a_9+a_{10}=a_1+a_2+\cdots+a_9+a_1$，所以 $a_{10}=a_1=1$.

9. C　10. B

【解析】数列可写成 $\frac{1}{1}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{5}$，⋯，故通项公式可写为 $a_n=\frac{n}{2n-1}$.

11. C　【解析】所给数列呈现分数形式，且正负相间，求通项公式时，我们可以把每一部分进行分解：符号、分母、分子．很容易归纳出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=(-1)^{n+1}\cdot\frac{2n}{2n+1}$，故 $a_{10}=-\frac{20}{21}$.

12. C　【解析】答案：C

13. C　14. A　15. A

【解析】由 $a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$，得 $a_{n+1}-a_n=\ln\frac{n+1}{n}=\ln(n+1)-\ln n$．则

$$\begin{aligned} a_n &= a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+\ldots+(a_n-a_{n-1}) \\ &= 2+(\ln 2-\ln 1)+(\ln 3-\ln 2)+\ldots+(\ln n-\ln(n-1)) \\ &= 2+\ln n. \end{aligned}$$

16. D　【解析】提示：$a_{n+1}+1=4(a_n+1)$.

17. C　【解析】由题知第一年产量为 $a_1=\frac{1}{2}\times 1\times 2\times 3=3$，以后各年产量为

$$\begin{aligned} a_n &= f(n)-f(n-1) \\ &= \frac{1}{2}n(n+1)(2n+1)-\frac{1}{2}n(n-1)(2n-1) \\ &= 3n^2(n\in\mathbf{N}^*), \end{aligned}$$

令 $3n^2\le 150$，得 $1\le n^2\le 50\Rightarrow 1\le n\le 7$，故生产期限最长为 7 年.

18. C　19. A　【解析】因为 $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，所以 $\overrightarrow{E_nC}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{E_nB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{E_nD}$，

设 $m\overrightarrow{E_nC}=\overrightarrow{E_nA}$，则

因为 $\overrightarrow{E_nA}=\frac{1}{4}a_{n+1}\overrightarrow{E_nB}-(3a_n+2)\overrightarrow{E_nD}$，

所以 $-\frac{1}{3}m=\frac{1}{4}a_{n+1}$，$\frac{4}{3}m=-(3a_n+2)$，所以 $\frac{1}{4}a_{n+1}=\frac{1}{4}(3a_n+2)$，所以 $a_{n+1}+1=3(a_n+1)$，

因为 $a_1+1=2$，所以 $\{a_n+1\}$ 是以 2 为首项，3 为公比的等比数列，

所以 $a_n+1=2\cdot 3^{n-1}$，所以 $a_n=2\cdot 3^{n-1}-1$.

20. C

【解析】由 $a_{n+1}=2^na_n$ 得 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=2^n$，于是有 $\frac{a_2}{a_1}=2$，$\frac{a_3}{a_2}=2^2$，$\frac{a_4}{a_3}=2^3,\cdots,\frac{a_n}{a_{n-1}}=2^{n-1}$，

将以上各式累乘得 $\frac{a_n}{a_1}=2\cdot 2^2\cdot\cdots\cdot 2^{n-1}=2^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

又因为 $a_1=2$，所以 $a_n=2^{\frac{n(n-1)}{2}+1}=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}$.

21. B　22. C　【解析】由题意知：$a_1=1$，当 $n\ge 2$ 时，$a_1\,a_2,a_3\cdots a_n=n^2$，$a_1,a_2,a_3\cdots a_{(n-1)}=(n-1)^2$，两式作比得 $a_n=\frac{n^2}{(n-1)^2}(n\ge 2)$，所以，当 $n\ge 2$，$a_n=\frac{n^2}{(n-1)^2}$.

23. B　【解析】当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2$，

$n\ge 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=6n-5$.

又 $n=1$ 时不适合 $a_n=6n-5$．故写成分段函数形式.

24. D　【解析】因为 $a_n\cdot a_{n-1}+2a_n-a_{n-1}=0(n\ge 2)$，所以 $\frac{1}{a_n}=\frac{2}{a_{n-1}}+1$，所以 $\frac{1}{a_n}+1=2\left(\frac{1}{a_{n-1}}+1\right)$，

所以数列 $\left\{\frac{1}{a_n}+1\right\}$ 是等比数列，首项为 2，公比为 2.

所以 $\frac{1}{a_n}+1=2^n$，

所以 $a_n=\frac{1}{2^n-1}$，

又因为 $a_{10}=\frac{1}{2^{10}-1}=\frac{1}{1023}$，

$a_{11}=\frac{1}{2^{11}-1}=\frac{1}{2047}$.

所以正整数 k 的最大值为 10 .

25. A

【解析】由已知，得 $a_1=1$，$a_n-a_{n-1}=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}(n\ge 2)$，则

$$\begin{aligned} a_n &= a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+\cdots+(a_n-a_{n-1}) \\ &= \frac{1\times\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{3}} \\ &= \frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right). \end{aligned}$$

26. B　27. B　【解析】因为 $S_{n+1}=pS_n+1$　……①，所以 $S_n=pS_{n-1}+1$　……②，① − ② 得 $a_{n+1}=pa_n$，所以 $\{a_n\}$ 的公比为 p，$a_2=a_1p$，又当 $n=1$ 时，$S_2=a_1+a_2=pa_1+1$，所以 $a_1=1$．所以 $a_4=a_1p^3=p^3=8$，所以 $p=2$．

28. A　【解析】由 $a_1=1$，$a_n-a_{n-1}=n$ 得 $a_2-a_1=2$，$a_3-a_2=3$，$a_4-a_3=4$，…，$a_n-a_{n-1}=n$，

上面 $(n-1)$ 个式子相加得 $a_n=1+2+3+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$．

29. B　【解析】由题意可得 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{n+2}$，则 $a_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}\cdot\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot a_1=\frac{n}{n+1}\cdot\frac{n-1}{n}\cdot\cdots\cdot\frac{2}{3}\cdot 1=\frac{2}{n+1}$，$n\geq 2$，又 $a_1=1$ 也满足上式，所以 $a_n=\frac{2}{n+1}$．

30. B

【解析】等比数列 $\{a_n\}$，前 n 项和 $S_n=3\times 2^n+m$，

所以 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=3\times 2^n+m-(3\times 2^{n-1}+m)=3\times 2^{n-1}$，

所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{3\times 2^n}{3\times 2^{n-1}}=2$．

31. A　32. D　【解析】当 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2^{n-1}$，当 $n=1$ 时，上式也成立，所以 $a_n^2=4^{n-1}$，

所以 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{4^n-1}{3}$．

33. A　【解析】因为 $a_{n+1}=a_1+a_n+n(n\in\mathbf{N}^*)$，$a_1=1$．

所以 $a_{n+1}-a_n=n+1$，

所以 $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1=n+(n-1)+\cdots+2+1=\frac{n(n+1)}{2}$．

所以 $\frac{1}{a_n}=\frac{2}{n(n+1)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$．

则

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2016}} &= 2\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2016}-\frac{1}{2017}\right)\right] \\ &= 2\left(1-\frac{1}{2017}\right) \\ &= \frac{4032}{2017}. \end{aligned}$$

34. B　【解析】由条件得 $a_2=2m+4$，且 $S_{n+1}-S_n=2S_n+4^n$，

即 $S_{n+1}=3S_n+4^n$，得 $S_{n+1}-4^{n+1}=3(S_n-4^n)$，

故数列 $\{S_n-4^n\}$ 是以 $m-4$ 为首项，3 为公比的等比数列，

$S_n=(m-4)\cdot 3^{n-1}+4^n$，从而 $a_{n+1}=2(m-4)\cdot 3^{n-1}+3\cdot 4^n$，

故当 $n\geq 2$ 时，$a_n=2(m-4)\cdot 3^{n-2}+3\cdot 4^{n-1}$，

由 $a_{n+1}\geq a_n(n\in\mathbf{N}^*)$ 得，$2(m-4)\cdot 3^{n-1}+3\cdot 4^n\geq 2(m-4)\cdot 3^{n-2}+3\cdot 4^{n-1}$，

解得 $m \geq 4-\frac{81}{16}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{n}$，

易知 $4-\frac{81}{16}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{n} \leq 4-\frac{81}{16}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{2}$，

故 $m \geq -5$，

又当 $n=1$ 时，$2m+4 \geq m$，得 $m \geq -4$，

综上所述，$m \geq -4$，

故 m 的最小值是 -4.

35. B

【解析】因为 $f(n+1)-f(n)=\frac{n}{2}$,

所以

$$f(2)-f(1)=\frac{1}{2},$$
$$f(3)-f(2)=\frac{2}{2},$$
$$\cdots\cdots$$
$$f(20)-f(19)=\frac{19}{2},$$

以上各式累加得

$f(20)-f(1)=\frac{1}{2}\times(1+2+\cdots+19)=95$，

又因为 $f(1)=2$，所以 $f(20)=97$.

36. C 【解析】由 $a_n=\sqrt{5n-1}(n \in \mathbf{N}^*)$，$n \in \mathbf{N}^*$，可得此数列为 $\sqrt{4}$，$\sqrt{9}$，$\sqrt{14}$，$\sqrt{19}$，$\sqrt{24}$，$\sqrt{29}$，$\sqrt{34}$，$\sqrt{39}$，$\sqrt{44}$，$\sqrt{49}$，$\sqrt{54}$，$\sqrt{59}$，$\sqrt{64}$，$\cdots$

a_n 的整数项为：$\sqrt{4}$，$\sqrt{9}$，$\sqrt{49}$，$\sqrt{64}$，$\sqrt{144}$，$\sqrt{169}$，$\cdots$

即整数：2，3，7，8，12，13，$\cdots$

其规律就是各项之间是 $+1$，$+4$，$+1$，$+4$，$+1$，$+4$ 这样递增的，

所以 $b_{2n-1}=2+5(n-1)=5n-3$，$b_{2n}=3+5(n-1)=5n-2$．由 $2n=2018$，

解得 $n=1009$，

所以 $b_{2018}=5\times1009-2=5043$.

37. C 38. A 【解析】由 $a_1=1$，$a_{n+1}=a_1+a_n+n$ 可得 $a_{n+1}-a_n=n+1$，利用累加法可得 $a_n-a_1=\frac{(n-1)(n+2)}{2}$,

所以 $a_n=\frac{n^2+n}{2}$,

所以 $\frac{1}{a_n}=\frac{2}{n^2+n}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$,

故

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_1}+\cdots+\frac{1}{a_{2016}} \\ = & 2\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2016}-\frac{1}{2017}\right) \\ = & 2\left(1-\frac{1}{2017}\right) \\ = & \frac{4032}{2017}. \end{aligned}$$

39. C　【解析】通解：

由 $S_{n+1}=S_n+a_n+3$，得 $a_{n+1}-a_n=3$，数列 $\{a_n\}$ 是公差为 3 的等差数列，又 $a_4+a_5=23=2a_1+7d=2a_1+21$，

所以 $a_1=1$，$S_8=8a_1+\frac{8\times7}{2}d=92$.

优解：

由 $S_{n+1}=S_n+a_n+3$，得 $a_{n+1}-a_n=3$，数列 $\{a_n\}$ 是公差为 3 的等差数列，$S_8=\frac{8(a_1+a_8)}{2}=\frac{8(a_4+a_5)}{2}=92$.

40. D

【解析】因为 $a_n=n(a_{n+1}-a_n)$，

所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{n}$,

所以

$$\begin{aligned}a_n&=\frac{a_n}{a_{n-1}}\times\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\times\frac{a_{n-2}}{a_{n-3}}\times\ldots\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_2}{a_1}\times a_1\\&=\frac{n}{n-1}\times\frac{n-1}{n-2}\times\frac{n-2}{n-3}\times\ldots\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{1}\times1\\&=n.\end{aligned}$$

41. B　【解析】因为直线 PQ 的斜率为 $3n-2$，所以$\frac{S_{n+1}-S_n}{n+1-n}=3n-2$，即$S_{n+1}-S_n=3n-2$，所以 $a_{n+1}=3n-2$，$a_n=3n-5$，$a_2+a_4+a_5+a_9=40$.

42. D　【解析】当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=4-a_1$，得 $a_1=2$；

当 $n\geq2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=a_{n-1}-a_n$，得 $2a_n=a_{n-1}$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 2 为首项，$\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列，

所以 $a_5=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{8}$.

43. D　【解析】设 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，

$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=2^n-1$，

当 $n\geq2$ 时，$S_{n-1}=2^{n-1}-1$，

$a_n=2^n-1-(2^{n-1}-1)=2^{n-1}$，$a_n^2=4^{n-1}$，

当 $n=1$ 时，$a_1=1$ 也符合上式，

所以 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{4^n-1}{3}$.

44. B　45. D

【解析】由 $a_1=1$，$a_2=5$，$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}_+)$ 可得该数列为 1，5，4，-1，-5，-4，1，5，4，…，则该数列以 6 为周期，由此可得 $a_{1000}=a_4=-1$.

46. C　【解析】因为 $S_5<S_6$，所以 $S_5<S_5+a_6$.

所以 $a_6>0$，同理可得 $S_6=S_7=S_6+a_7$，

所以 $a_7=0$.

$S_7>S_8=S_7+a_8$，所以 $a_8<0$.

所以 A，B，D 均正确.

47. D　【解析】由 $S_n=\frac{3}{2}a_n-3$，　…… ①得 $S_{n-1}=\frac{3}{2}a_{n-1}-3(n\geq2)$，　…… ②

①－②得 $a_n=\frac{3}{2}a_n-3-\frac{3}{2}a_{n-1}+3$，即 $a_n=3a_{n-1}$，所以 $\frac{a_n}{a_{n-1}}=3(n\geq 2)$．

由 $S_1=\frac{3}{2}a_1-3$，可得 $a_1=\frac{3}{2}a_1-3$，解得 $a_1=6$．所以 $\{a_n\}$ 是以 6 为首项，3 为公比的等比数列．所以 $a_n=6\times 3^{n-1}=2\times 3^n$．

48. D 【解析】由 $a_n=n(a_{n+1}-a_n)$，得 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{n}$，所以 $\frac{a_2}{a_1}=\frac{2}{1}$，$\frac{a_3}{a_2}=\frac{3}{2}$，$\frac{a_4}{a_3}=\frac{4}{3}$，…，$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{n}{n-1}$，以上各式相乘得 $\frac{a_n}{a_1}=\frac{n}{1}$，所以 $a_n=na_1=n$．

49. D 【解析】因为 $\frac{a_{n-1}-a_n}{a_na_{n-1}}=\frac{a_n-a_{n+1}}{a_na_{n+1}}$，所以 $\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n-1}}=\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}$，即 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 为等差数列 $(n\geq 2)$．由 $a_1=2$，$a_2=1$，可得 $d=\frac{1}{2}$，所以 $\frac{1}{a_{10}}=\frac{1}{2}+9\times\frac{1}{2}=5$，所以 $a_{10}=\frac{1}{5}$．

50. A

【解析】因为 $a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-1}a_n=\frac{n}{2}$，　…… ①

所以 $a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-2}a_{n-1}=\frac{n-1}{2}$，　…… ②

由①－②可知，$3^{n-1}a_n=\frac{n}{2}-\frac{n-1}{2}$，所以 $a_n=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3^{n-1}}$．

51. C 【解析】取 $m=1$，可得 $S_n+S_1=S_{n+1}$，又 $S_1=a_1=6$，所以 $S_{n+1}=S_n+6$，所以 $S_n=6+(n-1)\times 6=6n$，所以 $a_{10}=S_{10}-S_9=60-54=6$．

52. A 53. A 【解析】由题可得 $\begin{cases}a_n-a_{n-1}=\ln n-\ln(n-1),\\ a_{n-1}-a_{n-2}=\ln(n-1)-\ln(n-2),\\ \cdots\\ a_2-a_1=\ln 2-\ln 1,\end{cases}$ 累加求和得 $a_n=\ln n+3$．

54. B 【解析】由已知可得 $a_2-a_1=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$a_3-a_2=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$，$a_4-a_3=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$，…，$a_n-a_{n-1}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，相加得 $a_n-a_1=\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}$，所以 $a_n=\frac{n}{n+1}$．

55. D

【解析】由 $S_n=n^2+2n$，得 $a_1=S_1=3$，当 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2+2n-(n-1)^2-2(n-1)=2n+1$．

经验证 $a_1=3$ 适合上式，

所以 $a_n=2n+1$．

又 $m-n=5$，则 $m=n+5$，

所以

$$\begin{aligned}a_m-a_n&=a_{n+5}-a_n\\&=2(n+5)+1-2n-1\\&=10.\end{aligned}$$

56. B 57. A 58. A 59. A 60. D

【解析】由 $\frac{a_{n+1}-a_n}{n}=2$，可得 $\begin{cases}a_n-a_{n-1}=2(n-1),\\ a_{n-1}-a_{n-2}=2(n-2),\\ \cdots\\ a_2-a_1=2\times 1,\end{cases}$ 累加得 $a_n=n^2-n+15$，所以 $\frac{a_n}{n}=n+\frac{15}{n}-1$，

当 $n=4$ 时，$\frac{a_n}{n}$ 最小，最小值为 $\frac{27}{4}$．

61. B 【解析】当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2$；

当 $n\geq 2$ 时，$a_n=3^n-1-(3^{n-1}-1)=2\cdot 3^{n-1}$，

所以 $a_n=2\cdot 3^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$，

所以 $\frac{a_{2010}+a_{2012}}{a_{2011}}=\frac{10}{3}$.

62. C 【解析】由 $S_n=n^2-6n$ 可知 $\{a_n\}$ 是等差数列，且首项为 -5，公差为 2.

所以 $a_n=-5+(n-1)\times 2=2n-7$，

所以 $n\leq 3$ 时，$a_n<0$；$n>3$ 时，$a_n>0$，

易得 $T_n=\begin{cases}6n-n^2, & (1\leq n\leq 3)\\ n^2-6n+18, & (n>3)\end{cases}$.

63. C 64. A 65. A

66. C 【解析】$a_n=\log_{(n+1)}(n+2)=\frac{\lg(n+2)}{\lg(n+1)}$,

故 $a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot\ \cdots\ \cdot a_n=\frac{\lg 3}{\lg 2}\times\frac{\lg 4}{\lg 3}\times\cdots\times\frac{\lg(n+2)}{\lg(n+1)}=\frac{\lg(n+2)}{\lg 2}=k$ （k 为整数），

则 $\lg(n+2)=k\lg 2$，所以 $n=2^n-2$，由 $0<2^k-2<2011$，解得 $1<k<11$，

故 $k=2,3,4,5,6,7,8,9,10$ 共 9 个，即在 $(0,2011)$ 内共有 9 个劣数.

67. C 【解析】因为 $a_{n-1}=a_0+a_1+\cdots+a_{n-2}$ 与已知式子相减，得 $a_n=2a_{n-1}$，

所以 $\{a_n\}$ 是以首项为 1，公比为 2 的等比数列，故 $a_n=2^{n-1}$.

68. D 【解析】当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=a-2010$；

当 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=(a^n-2010)-(a^{n-1}-2010)=a^{n-1}(a-1)$.

因为 $a_1=a-2010$ 不满足 $a_n=a^{n-1}(a-1)$，

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n=\begin{cases}a-2010, & n=1,\\ (a-1)a^{n-1}, & n\geq 2.\end{cases}$

69. B 【解析】由题意得 $a_{n+1}-a_n=n+1$，

所以 $a_2-a_1=1+1$，$a_3-a_2=2+1$，$a_4-a_3=3+1$，$\cdots$，$a_n-a_{n-1}=n-1+1$，

以上各式两边分别相加，可得 $a_n-a_1=1+2+3+\cdots+(n-1)+1\times(n-1)$，即 $a_n-a_1=\frac{(n-1)[1+(n-1)]}{2}+(n-1)$，

所以 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}+1$，$n\geq 2$，又 $a_1=2$ 也符合上式，

所以 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}+1$.

70. C

71. B 72. A 73. D 74. D 75. B

【解析】因为 $S_n=2n^2-3n$，

所以 $S_{n-1}=2(n-1)^2-3(n-1)(n\geq 2)$，

所以 $a_n=S_n-S_{n-1}=4n-5$ （$n=1$ 时，$a_1=S_1=-1$ 符合上式）.

又因为 $a_{n+1}-a_n=4(n\geq 1)$，

所以 $\{a_n\}$ 是等差数列.

76. D 【解析】各图中的短线依次为 $6,6+5,6+5+5,\cdots$，若视 6 为 $5+1$，则这个数列为 $1+5,1+5+5,1+5+5+5,\cdots$，

于是第 n 个图的化学键个数应为 $a_n=5n+1$.

77. C 【解析】由题可知 $a_6=a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+(a_4-a_3)+(a_5-a_4)+(a_6-a_5)=1+1+2+3+4+5=16$.

78. B 【解析】因为 $a_1+a_2+\cdots+a_n=3^n-1$，$n\in\mathbf{N}^*$，

$n\geq 2$ 时，$a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}=3^{n-1}-1$，
所以当 $n\geq 2$ 时，$a_n=3^n-3^{n-1}=2\cdot 3^{n-1}$，
又 $n=1$ 时，$a_1=2$ 适合上式，所以 $a_n=2\cdot 3^{n-1}$，
故数列 $\{a_n^2\}$ 是首项为 4，公比为 9 的等比数列.
因此 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=\frac{4(1-9^n)}{1-9}=\frac{1}{2}(9^n-1)$.
79. D　80. B
【解析】$S_{奇}+S_{偶}=315=\frac{(2n+1)(a_1+a_{2n+1})}{2}=(2n+1)a_{n+1}$，$S_{奇}-S_{偶}=15=a_1+nd=a_{n+1}$，所以 $(2n+1)\times 15=315$，所以 $n=10$.
81. B　【解析】因为 $a_n=\log_{(n+1)}(n+2)=\frac{\lg(n+2)}{\lg(n+1)}$，
所以 $a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_{30}=\frac{\lg3}{\lg2}\times\frac{\lg4}{\lg3}\times\cdots\times\frac{\lg32}{\lg31}=\frac{\lg32}{\lg2}=5$.
82. C　【解析】依题意得 $(a_{n+2}-a_{n+1})-(a_{n+1}-a_n)=2$，
因此数列 $\{a_{n+1}-a_n\}$ 是以 1 为首项、 2 为公差的等差数列，
所以 $a_{n+1}-a_n=1+2(n-1)=2n-1$.
当 $n\geq 2$ 时，
$$\begin{aligned}a_n&=a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+\cdots+(a_n-a_{n-1})\\&=1+1+3+\cdots+(2n-3)\\&=1+\frac{(n-1)(1+2n-3)}{2}\\&=(n-1)^2+1\\&=n^2-2n+2,\end{aligned}$$
又 $a_1=1=1^2-2\times 1+2$，因此 $a_n=n^2-2n+2$.
83. A　【解析】设 $S_{\triangle OA_1B_1}=S_0$，$S_{A_nB_nB_{n+1}A_{n+1}}=S$，由题意可得，$\frac{1}{2^2}=\frac{S_0}{S_0+S}$，得 $S=3S_0$，所以 $\frac{a_{n-1}^2}{a_n^2}=\frac{S_0+(n-2)S}{S_0+(n-1)S}=\frac{3n-5}{3n-2}$，所以 $\frac{a_1^2}{a_2^2}\cdot\frac{a_2^2}{a_3^2}\cdots\frac{a_{n-1}^2}{a_n^2}=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{7}\cdots\frac{3n-5}{3n-2}$，所以 $a_n=\sqrt{3n-2}$.
84. C　【解析】观察图中所示的生长规律发现：1 个空心圆点到下一行仅生长出 1 个实心圆点，而 1 个实心圆点到下一行生长出 1 个实心圆点和 1 个空心圆点.
如果设第 n 行的实心圆点的个数是 a_n ，空心圆点的个数是 b_n ，则 $a_1=0$，$b_1=1$，$a_{n+1}=a_n+b_n$，$b_{n+1}=a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$.
所以 $a_1=0$，$a_2=1$，$a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$ ，从而 $\{a_n\}$ 为：0，1，1，2，3，5，8，13，21，34，55，89，144，233，377，$\cdots$.
85. D
【解析】当 $n\leq 2$ 时，$a_1+a_2+\cdots+a_n=2^n-1$①，$a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}=2^{n-1}-1$②，
① − ② 得 $a_n=2^{n-1}$，当 $n=1$ 时，$a_1=1$，
所以 $a_n=2^{n-1}(n\in\mathbf{N}_+)$，
所以 $a_n^2=(2^{n-1})^2=4^{n-1}$，即 $\{a_n^2\}$ 是首项为 1，公比为 4 的等比数列，
所以 $S_n=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{1}{3}(4^n-1)$.
86. D　【解析】当 $n\geq 2$ 时，$a_1+a_2+\cdots+a_n=2^n-1$　……①，
$a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}=2^{n-1}-1$　……②，

①$-$②得 $a_n=2^{n-1}$，

当 $n=1$ 时，$a_1=1$，

所以 $a_n=2^{n-1}(n\in\mathbf{N}_+)$，

所以 $a_n^2=(2^{n-1})^2=4^{n-1}$，即 $\{a_n^2\}$ 是首项为 1，公比为 4 的等比数列，

所以 $S_n=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{1}{3}(4^n-1)$.

87. B　88. B　【解析】如下图：

1		2		3		4		5		6
	3		5		7		9		11	
		8		12		16		20		
			20		28		36			
				48		64				
					112					

当第一行 3 个数时，最后一行仅一个数为 $8=2^{3-2}\times(3+1)$

当第一行 4 个数时，最后一行仅一个数为 $20=2^{4-2}\times(4+1)$

当第一行 5 个数时，最后一行仅一个数为 $48=2^{5-2}\times(5+1)$

当第一行 6 个数时，最后一行仅一个数为 $112=2^{6-2}\times(6+1)$

归纳推理得，当第一行 2016 个数时，最后一行仅一个数为 $2^{2016-2}\times(2016+1)$.

89. C　【解析】因为 $a_{n+1}-a_n=1+n$，

所以 $a_2-a_1=1+1$，$a_3-a_2=1+2,\ldots,a_n-a_{n-1}=1+(n-1)$，

累加得 $a_n-a_1=n-1+\frac{(n-1)n}{2}$，

所以 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$，

所以 $\frac{1}{a_n}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$，

所以 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_{2015}}=2\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}\right)=\frac{4030}{2016}$.

90. D

91. A　【解析】当 $r=1$ 时，$a_{n+1}=a_n+1$，显然数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公差为 1 的等差数列，充分性成立；

当数列 $\{a_n\}$ 是等差数列时，设公差为常数 d，则 $a_{n+1}=a_n+d=r\cdot a_n+r$，若 $r\neq1$，整理得 $a_n=\frac{r-d}{1-r}$ 为常数，因此，数列 $\{a_n\}$ 是常数列，则 $d=0$，所以 $\frac{r}{1-r}=1$，解得 $r=\frac{1}{2}$，故不必要.

92. C　【解析】由已知得 $\frac{n}{a_1+a_2+\cdots+a_n}=\frac{1}{2n+1}$，所以 $a_1+a_2+\cdots+a_n=n(2n+1)=S_n$，当 $n\geq2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=4n-1$，验证知当 $n=1$ 时也成立，所以 $a_n=4n-1$，所以 $b_n=\frac{a_n+1}{4}=n$，所以 $\frac{1}{b_n\cdot b_{n+1}}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，所以

$$\begin{aligned}\frac{1}{b_1b_2}+\frac{1}{b_2b_3}+\cdots+\frac{1}{b_{10}b_{11}}&=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)\\&=1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}.\end{aligned}$$

93. A　【解析】因为 $a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$，

所以 $a_{n+1}-a_n=\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)=\ln\frac{n+1}{n}=\ln(n+1)-\ln n$.

又 $a_1=2$.

所以

$$\begin{aligned}a_n&=a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+(a_4-a_3)+\cdots+(a_n-a_{n-1})\\&=2+[\ln2-\ln1+\ln3-\ln2+\ln4-\ln3+\cdots+\ln n-\ln(n-1)]\\&=2+\ln n-\ln1\\&=2+\ln n.\end{aligned}$$

94. D 【解析】由 $n(a_{n+1}-a_n)=a_n$，得 $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{a_n}{n}$，即 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是常数列，而 $\frac{a_3}{3}=\frac{\pi}{3}$，所以 $\frac{a_n}{n}=\frac{\pi}{3}$，即 $a_n=\frac{n\pi}{3}$，于是 $S_4=\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{3\pi}{3}+\frac{4\pi}{3}=\frac{10\pi}{3}$．则 $\tan S_4=\tan\frac{10\pi}{3}=\sqrt{3}$.

95. C

【解析】当 $n=1$ 时，$a_1+S_1=2S_1=1$，所以 $S_1=\frac{1}{2}$，$S_1-1=-\frac{1}{2}$.

当 $n\geq2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}$，所以 $2S_n-S_{n-1}=1$，即 $2(S_n-1)=S_{n-1}-1$，$S_n-1=\frac{1}{2}(S_{n-1}-1)$.

所以 $\{S_n-1\}$ 是首项为 $-\frac{1}{2}$ 公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列．所以 $S_n-1=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，$S_n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n(n\geq2)$.

当 $n=1$ 时符合，故 $S_n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$．又 $S_n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 单调递增且 $S_n<1$，所以当 $n=1$ 时，S_n 取到最小值 $\frac{1}{2}$，所以 $\frac{1}{2}\leq S_n<1$.

96. B 【解析】由 $f(n)=\log_{n+1}(n+2)=\frac{\ln(n+2)}{\ln(n+1)}$，所以

$f(1)\times f(2)\times f(3)\times\cdots\times f(k)=\frac{\ln3}{\ln2}\times\frac{\ln4}{\ln3}\times\frac{\ln5}{\ln4}\times\cdots\times\frac{\ln(k+2)}{\ln(k+1)}$．若其为整数，则 $k+2=2^{n+1}$，($n\geq1$ 且 $n\in\mathbf{N}_+$)，$k=2^{n+1}-2\in[1,1000]$，所以 n 最大取 8，所以这样的 k 共有 8 个.

97. C 【解析】由 $n=1,a_1=S_1=0$，当 $n\geq2,a_n=S_n-S_{n-1}=2n-2$．所以 $a_n=2n-2$，$b_n=(2n-2)\cos\frac{n\pi}{2}$．所以 $b_1=0,b_2=-2,b_3=0,b_4=6,b_5=0,b_6=-10,b_7=0,\cdots,b_{2015}=0$．又有 $b_1+b_2+b_3+b_4=4$，…，$b_{2009}+b_{2010}+b_{2011}+b_{2012}=4$．所以 $T_{2015}=503\times4+b_{2014}=2012-4026=-2014$.

98. B 【解析】因为 $a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$，所以 $\frac{1}{a_{n+1}}=1+\frac{2}{a_n}$，即 $\frac{1}{a_{n+1}}+1=2\left(1+\frac{1}{a_n}\right)$，又 $\frac{1}{a_1}+1=2$，所以 $\left\{\frac{1}{a_n}+1\right\}$ 是首项为 2，公比为 2 的等比数列，所以 $\frac{1}{a_n}+1=2^n$．所以 $b_{n+1}=(n-\lambda)\cdot2^n$，$b_n=(n-1-\lambda)\cdot2^{n-1}$，因为数列 $\{b_n\}$ 是单调递增数列，所以 $b_{n+1}>b_n(n\in\mathbf{N}^*)$，即 $(n-\lambda)\cdot2^n>(n-1-\lambda)\cdot2^{n-1}$，即 $2n-2\lambda-n+1+\lambda>0$，所以 $\lambda<n+1$ 对 $n\in\mathbf{N}^*$ 均成立，所以 $\lambda<2$.

99. C 【解析】由题设知 $p_1(0,1)$，$P_2(1,1)$，$a_1=|P_1P_2|=1$，且当 $n\geq2$ 时，

$$\begin{aligned}a_n^2&=|P_nP_{n+1}|^2\\&=(x_{n+1}-x_n)^2+(y_{n+1}-y_n)^2\\&=[(y_n-x_n)-x_n]^2+[(y_n+x_n)-y_n]^2\\&=5x_n^2-4x_ny_n+y_n^2,\end{aligned}\quad a_{n-1}^2=|P_{n-1}P_n|^2=(x_n-x_{n-1})^2+(y_n-y_{n-1})^2$$

. ……①

由 $\begin{cases}x_{n+1}=y_n-x_n,\\y_{n+1}=y_n+x_n\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_n=y_{n-1}-x_{n-1},\\y_n=y_{n-1}+x_{n-1},\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}x_{n-1}=\frac{y_n-x_n}{2},\\y_{n-1}=\frac{y_n+x_n}{2}.\end{cases}$

代入①计算化简得

$$
\begin{aligned}
a_{n-1}^2 &= |P_{n-1}P_n|^2 \\
&= \left(\frac{3x_n - y_n}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_n - x_n}{2}\right)^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(5x_n^2 - 4x_n y_n + y_n^2\right) \\
&= \frac{1}{2}a_n^2.
\end{aligned}
$$

所以 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \sqrt{2},(n \geq 2)$，所以数列 $\{a_n\}$ 是以 $\sqrt{2}$ 为公比的等比数列，且首项 $a_1 = 1$，所以 $a_n = \left(\sqrt{2}\right)^{n-1}$，所以 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \frac{1-(\sqrt{2})^n}{1-\sqrt{2}}$，所以 $S_{10} = \frac{1-(\sqrt{2})^{10}}{1-\sqrt{2}} = 31\left(\sqrt{2}+1\right)$.

100. B

【解析】$b_1 = 2a_1 - c_1$ 且 $b_1 > c_1$，

所以 $2a_1 - c_1 > c_1$，

所以 $a_1 > c_1$，

所以 $b_1 - a_1 = 2a_1 - c_1 - a_1 = a_1 - c_1 > 0$，

所以 $b_1 > a_1 > c_1$，

又 $b_1 - c_1 < a_1$，

所以 $2a_1 - c_1 - c_1 < a_1$，

所以 $2c_1 > a_1$，

所以 $c_1 > \frac{a_1}{2}$.

由题意，得 $b_{n+1} + c_{n+1} = \frac{b_n + c_n}{2} + an$，

整理，得 $b_{n+1} + c_{n+1} - 2a_n = \frac{1}{2}(b_n + c_n - 2a_n)$，

结合 $b_1 + c_1 = 2a_1$ 递推，得 $b_n + c_n - 2a_n = 0$，

所以 $b_n + c_n = 2a_n = 2a_1$，

即 $b_n + c_n = 2a_1$.

又由题意，得 $b_{n+1} - c_{n+1} = \frac{c_n - b_n}{2}$，

所以 $b_{n+1} - (2a_1 - b_{n+1}) = \frac{2a_1 - b_n - b_n}{2} = a_1 - b_n$，

化简，得 $b_{n+1} - a_1 = \frac{1}{2}(a_1 - b_n)$，

则 $b_n - a_1 = (b_1 - a_1)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，

所以 $b_n = a_1 + (b_1 - a_1)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，

$c_n = 2a_1 - b_n = a_1 - (b_1 - a_1)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，

由海伦公式，得

$$
\begin{aligned}
S_n^2 &= \frac{3a_1}{2}\left(\frac{3a_1}{2} - a_1\right)\left[\frac{3a_1}{2} - a_1 - (b_1 - a_1)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right]\left[\frac{3a_1}{2} - a_1 + (b_1 - a_1)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right] \\
&= \frac{3}{4}a_1^2\left[\frac{a_1^2}{4} - \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}(b_1 - a_1)^2\right].
\end{aligned}
$$

显然 S_n^2 是关于 n 的增函数（可证当 $n = 1$ 时 $\frac{a_1^2}{4} - (b_1 - a_1)^2 > 0$）.